

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

/Д.С. Гуц/

«28» марта 2022 года

**ПРОГРАММА**  
**вступительного испытания для поступающих в аспирантуру**

**1.1 Математика и механика**

*шифр и наименование группы научных специальностей*

**1.1.1 Вещественный, комплексный и функциональный анализ**

*шифр и наименование научной специальности*

## 1. Перечень вопросов общей части

1.1. Понятие топологического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Компактность в топологических пространствах.

1.2. Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения.

1.3. Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства. Теорема Д.Ф. Егорова. Интеграл Лебега и его основные свойства. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.

1.4. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы функций. Полные системы, критерий полноты. Неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Парсеваля.

1.5. Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Теоремы Фредгольма.

1.6. Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

1.7. Билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Закон инерции.

1.8. Линейные отображения в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.

1.9. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Фактор-группа. Теорема о гомоморфизме.

1.10. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

1.11. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

1.12. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация. Постановка основных начально-краевых задач для волнового уравнения, теплопроводности и уравнения Лапласа.

1.13. Элементарные функции комплексного переменного и связанные с ними конформные отображения. Дробно-линейные функции. Простейшие многозначные функции.

1.14. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитических функций.

1.15. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Геодезические линии. Формула Эйлера. Гауссова кривизна поверхности.

1.16. Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

1.17. Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.

1.18. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

## **2. Перечень вопросов специальной части.**

2.1. Равномерная сходимость последовательностей функций и функциональных рядов.

2.2. Интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману.

2.3. Тригонометрические ряды Фурье, их сходимость.

2.4. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стильеса.

2.5. Абсолютно непрерывные функции и их связь с интегралом Лебега.

2.6. Нормированные пространства. Банаховы пространства. Три основных принципа линейного функционального анализа (теоремы Хана-Банаха, принцип равномерной ограниченности, теорема Банаха об обратном отображении).

2.7. Компактные (вполне непрерывные) самосопряженные операторы. Теорема Гильберта.

2.8. Преобразование Фурье в пространствах  $L_1$  и  $L_2$ . Теорема Планшереля.

2.9. Принцип максимума модуля для аналитических функций.

2.10. Теорема Лиувилля.

2.11. Принцип аргумента. Теорема Руше.

2.12. Принцип симметрии Римана-Шварца.

2.13. Теорема единственности для аналитических функций.

2.14. Интеграл типа Коши. Формулы Сохоцкого-Племеля.

- 2.15. Дифференцируемые многообразия, их ориентируемость.
- 2.16. Разбиение единицы.
- 2.17. Дифференциальные формы и операции над ними.
- 2.18. Интегрирование дифференциальных форм, формула Стокса.
- 2.19. Комплекс де Рама, его когомологии, лемма Пуанкаре.
- 2.20. Элементарные свойства голоморфных функций многих комплексных переменных.
- 2.21. Кратные степенные ряды, сопряженные радиусы сходимости. Ряды Гартогса.
- 2.22. Фундаментальная теорема Гартогса.
- 2.23. Голоморфные отображения, принцип максимума модуля и лемма Шварца для них.
- 2.24. Биголоморфные отображения, автоморфизмы шара и поликруга, пример Фату.
- 2.25. Интегральные представления Бохнера-Мартинелли и Коши-Фантаппье.
- 2.26. Формула Бергмана-Вейля.

### **Список рекомендованных источников по общей части**

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии - М.: Наука, 1985.
2. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения - Ижевск РХД, 2000.
3. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики - М.: Физматлит, 2003.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа - М.: Физматлит, 2006.
5. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. В 3 т. - М: Высшая школа, 1985.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры - М: Лань, 2007.
7. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры - М: Лань, 2009.
8. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций. В 2 т. - М: Наука, 1978.

9. Никольский С.М. Курс математического анализа. В 2 т. - М.: Физматлит, 2001.
10. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям - М.: Наука, 1984.
11. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными - М.: Наука, 1970.
12. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения - М.: Наука, 1974.
13. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного - М.: Лань, 2009.
14. Рашевский П.К. Дифференциальная геометрия - М.: URSS, 2008.
15. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2 т. - М.: Мир, 1984.
16. Боровков А.А. Математическая статистика - М.: Физматлит. 2007.

#### **Список рекомендованных источников по специальной части**

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа - М.: Физматлит, 2006.
2. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций. В 2 т. - М.: Наука, 1978.
3. Айзенберг Л.А., Южаков А.П. Интегральные представления и вычеты в многомерном комплексном анализе - Новосибирск: Наука, 1979.
4. Ботт Р., Ту Л. Дифференциальные формы в алгебраической топологии - М.: Наука, 1989.
5. Нарасимхан Р. Анализ на действительных и комплексных многообразиях - М.: Мир, 1997.
6. Де Рам Ж. Дифференцируемые многообразия - М.: URSS, 2006.
7. Антипова И.А., Бушуева Н.А., Знаменская О.В., Цих А.К. Кратное интегрирование. Гомологии и когомологии - УМКД, СФУ, Красноярск. 2007.
8. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. Т. 1, 2 - М.: Физматлит, 2001.
9. Кытманов А.М. Интеграл Бохнера - Мартинелли и его применения - Новосибирск: Наука, 1992.

Составители программы:

д-р физ.-мат. наук, профессор



Е. К. Лейнартас

д-р физ.-мат. наук, профессор



А. А. Шлапунов

Директор института математики  
и фундаментальной информатики



О.Н. Черепанова