

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

/Д.С. Гуц/

«30» октября 2023 года

ПРОГРАММА
вступительного испытания для поступающих в аспирантуру

1.1 Математика и механика

шифр и наименование группы научных специальностей

1.1.6 Вычислительная математика

шифр и наименование научной специальности

Красноярск 2023

1. Перечень вопросов общей части.

- 1.1. Понятие топологического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Компактность в топологических пространствах.
- 1.2. Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения.
- 1.3. Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства. Интеграл Лебега и его основные свойства. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
- 1.4. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы функций. Полные системы, критерий полноты. Неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Персеваля.
- 1.5. Линейные интегральные уравнения Фредгольма второго рода. Теоремы Фредгольма.
- 1.6. Линейные пространства и их подпространства. Базис. Размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
- 1.7. Билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Закон инерции.
- 1.8. Линейные отображения в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.
- 1.9. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Факторгруппа. Теорема о гомоморфизме.
- 1.10. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
- 1.11. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных n -го порядка с постоянными коэффициентами.
- 1.12. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация. Постановка основных начально-краевых задач для волнового уравнения, теплопроводности и уравнения Лапласа.
- 1.13. Элементарные функции комплексного переменного и связанные с ними конформные отображения. Дробно-линейные функции. Простейшие многозначные функции.
- 1.14. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитических функций.
- 1.15. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Геодезические линии. Формула Эйлера. Гауссова кривизна поверхности.
- 1.16. Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

- 1.17. Классическое определение вероятности. Аксиоматика А.Н.Колмогорова. Теоремы сложения, умножения вероятностей. Формула Бернулли. Теоремы Муавра-Лапласа.

2. Перечень вопросов специальной части.

- 2.1. Классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности числа и функции. Потеря точности.
- 2.2. Численные методы линейной алгебры. Точные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод исключения Гаусса. LU-разложение. Методы вращений. квадратного корня. Обусловленность матриц и систем.
- 2.3. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Теоремы сходимости. Методы Якоби, Гаусса-Зейделя. Итерационные методы вариационного типа.
- 2.4. Вычисление максимального по модулю собственного числа. Метод вращений решения полной проблемы собственных значений для симметричной матрицы. LR-метод. QR-метод. Оценки собственных чисел.
- 2.5. Метод простой итерации, метод Ньютона вычисления корней нелинейных уравнений и систем.
- 2.6. Аппроксимация функций. Интерполирование. Выбор узлов интерполяции. Конечные и разделенные разности. Сплайн-интерполяция.
- 2.7. Наилучшее приближение в линейном нормированном и гильбертовом пространствах. Метод наименьших квадратов.
- 2.8. Квадратурные формулы интерполяционного типа. Вычисление интегралов с заданной точностью. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической точности. Численное дифференцирование.
- 2.9. Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши. Методы Эйлера, Рунге-Кутты, Адамса. Жесткие системы.
- 2.10. Численное решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод стрельбы. Метод дифференциальной прогонки.
- 2.11. Методы коллокаций, Галеркина, конечных элементов.
- 2.12. Численные методы решения задач математической физики. Гиперболические уравнения. Разностные схемы для уравнения переноса. Схемы бегущего счета.
- 2.13. Параболические уравнения. Явные и неявные схемы. Гармонический анализ.
- 2.14. Общие вопросы теории разностных схем. Аппроксимация, аппроксимационная вязкость, устойчивость, сходимость. Теорема сходимости (эквивалентности).
- 2.15. Вариационно-разностные схемы. Консервативные схемы.

- 2.16. Аппроксимация и сходимость разностной схемы задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Итерационные методы.
- 2.17. Метод переменных направлений. Методы построения экономичных разностных схем для многомерных нестационарных задач. Схемы расщепления.
- 2.18. Численное решение интегральных и операторных уравнений. Метод последовательных приближений для уравнений второго рода. Метод регуляризации для уравнений первого рода.
- 2.19. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.

Список рекомендованных источников

1. Александров П. С. Лекции по аналитической геометрии / П. С. Александров. - Сп-б.: Лань. 2008 г. ISBN 978-5-8114-0812-2.
2. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В. И. Арнольд. - Ижевск: УдмГУ, 2000 г.. -368 с.
3. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов. Н. П. Жидков. Б. М. Кобельков. - М.: Бином. Лаборатория знаний. 2011 г.
4. Боровков А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков. - М.: Лань, 2010 г.
5. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. - Сп.-б.: БХВПетербург. 2011 г. - 592 с.
6. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров. С. В. Фомин. - М: Юрайт. 2012 г.
7. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. В 3 т. / Л. Д. Кудрявцев - М.: Дрофа, 2003. -704 с.
8. Курош А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. - М.: Физматкнига, 2007 г. - 432 с.
9. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры / А. И. Мальцев. - М.: Лань, 2009 г., - 480 с.
10. Маркушевич А. И. Теория аналитических функций. В 2. т. / А. И. Маркушевич. - М: Лань, 2009.
11. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики / Г. И. Марчук - М.: Лань. 2009 г.
12. Никольский С. М. Курс математического анализа. / С. М. Никольский. - М.: Физматлит. 2001.
13. Петровский И. Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям / - М.: Физматлит, 2009 г., - 208 с.
14. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л. С. Понтрягин. - М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001 г., - 400 с.
15. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И. И. Привалов. - М: Лань, 2009 г., - 432 с.
16. Рашевский П. К. Курс дифференциальной геометрии / П. К. Рашевский. - М.: ЛКИ, 2008 г.

17. Самарский А. А. Численные методы математической физики / А. А. Самарский, А. В. Гулин. - М: Научный мир, 2003 г.
18. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения / В. Феллер. - М: Либроком, 2010 г.

Составитель программы:

д-р физ.-мат. наук, профессор,
зав. кафедрой АМЛ



В.В. Шайдуров

Директор института математики
и фундаментальной информатики



Черепанова О.Н.