

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПРОГРАММА
подготовки к вступительному испытанию по дисциплине
«Анализ данных и математическое моделирование»
поступающих на образовательную программу магистратуры
01.04.02.08 «Анализ данных и математическое моделирование»

Руководитель программы, А.А. Кытманов _____



Красноярск, 2020 год

Содержание программы

Вступительное испытание представляет собой устный экзамен по следующим темам:

Тема 1. Линейная алгебра

Тема 2. Комбинаторика и дискретная математика

Тема 3. Математический анализ

Тема 4. Дифференциальные уравнения

Тема 5. Теория вероятностей и математическая статистика

Тема 6. Численные методы и методы оптимизации

Перечень и содержание тем для подготовки

Тема 1. Линейная алгебра

1. Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.
2. Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.
3. Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матриц.
4. Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.
5. Собственные числа и собственные векторы матрицы. Характеристический многочлен.
6. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

Тема 2. Комбинаторика и дискретная математика

7. Основные правила комбинаторики. Правило подсчета количества комбинаторных объектов.
8. Множества. Круги Эйлера, операции на множествах. Формула включений и исключений. Примеры.
9. Булева алгебра.
10. Размещения, перестановки и сочетания. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания с повторениями.
11. Бинарные отношения и их свойства (рефлексивность, транзитивность, симметричность). Отношение эквивалентности. Отношение порядка.

12. Графы. Изоморфизм графов. Подграфы, цепи, циклы. Связность графов. Нахождение кратчайшего пути в графе. Эйлеровы и Гамильтоновы цепи и циклы.
13. Представление графов в виде матрицы смежности и матрицы инцидентности, алгоритмы на графах.
14. Понятия алгоритма и сложности алгоритма.

Тема 3. Математический анализ

15. Множества. Операции над множествами. Числовые множества. Грани множеств. Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества.
16. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела последовательности. Первый и второй замечательные пределы.
17. Функции одной переменной. Производные. Исследование и построение графика функции.
18. Неопределенный интеграл и его исчисление. Определенный интеграл. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.
19. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению.
20. Понятие ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды.
21. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена.
22. Безусловный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции нескольких переменных. Задача на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

Тема 4. Дифференциальные уравнения

23. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Понятие решения. Поле направлений. Изоклины. Интегральные кривые. Задачи Коши.
24. Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Интегрирующий множитель. Уравнения Бернулли и Риккати.
25. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации постоянной. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.
26. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения по Ляпунову.

27. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде квазимногочлена.
28. Системы линейных дифференциальных уравнений. Фазовое пространство и фазовый портрет.

Тема 5. Теория вероятностей и математическая статистика

29. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.
30. Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции). Свойства математического ожидания и дисперсии. Условное математическое ожидание. Распределение дискретных случайных величин (биномиальное, геометрическое, распределение Пуассона).
31. Нормальное распределение и связанные с ним: хи-квадрат, Стьюдента, Фишера χ^2 -распределение, основные свойства.
32. Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение, выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции), наглядное представление (полигон, гистограмма).
33. Точечное оценивание параметров распределений. Несмещенность, эффективность и состоятельность оценок. Метод моментов и метод максимального правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.
34. Интервальные оценки, доверительный интервал, интервальные оценки параметров нормального распределения.
35. Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень доверия и уровень значимости. Проверка гипотез о виде распределения.
36. Проверка гипотез о независимости и значимости коэффициента корреляции.

Тема 6. Численные методы и методы оптимизации

37. Анализ погрешностей. Числа: точные и приближенные. Значащие цифры. Погрешность: абсолютная и относительная. Принцип вычислений с плавающей точкой и ошибки округления.
38. Интерполяция и экстраполяция. Прямая и обратная интерполяционные формулы Ньютона. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
39. Оптимизация функции одной переменной и нескольких переменных. Методы половинного деления, золотого сечения и Ньютона. Градиентные методы.
40. Задача условной оптимизации с ограничениями типа равенств и неравенств. Метод множителей Лагранжа.

41. Основная задача линейного программирования, канонический вид задачи линейного программирования. Двойственная задача.

Рекомендуемая литература

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. Учеб. для вузов. – 4-е изд. – М. Наука. Физматлит, 1999. – 296 с.
2. Прасолов В. В. Задачи и теоремы линейной алгебры. – М.: Наука, 1996. – 304 с.
3. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры. – 3-е изд. – М.: Наука, 1970. – 400 с.
4. Бесов О.В. Курс лекций по математическому анализу. Учебное пособие, Ч 1,2. – М.: МФТИ. – 216 с.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Учеб. для вузов. – 7-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 648 с.
6. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ, т. 1,2. Учеб. пособие для вузов: в 2-х т. – М.: ВШ.,1970.
7. Демидович Б.П. (редактор). Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов. – 6-е изд. (стереотипное). – М.: Наука, 1968. – 472 с. – илл.
8. Фихтенгольц Г.М. Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт. 1-3. – 8-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ. 2003. – 680 с., 864 с., 728 с.
9. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – 4-е изд. – М.: Наука,1974. – 331с.
10. Филипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям М.: Интеграл-Пресс, 1998 г. – 208 стр.
11. Боровков А. А. Теория вероятностей. Учебное пособие для вузов – 2-е изд. (перераб. и доп.) – М.: Наука, 1986.
12. Боровков А.А. Математическая статистика. М.:ФИЗМАТЛИТ. 2007.
13. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – 8-е изд. (испр. и доп.) – Учебник. М.: «Едиториал УРСС», 2005. – 448 с.
14. Ивченко, Г. И., Медведев, Ю. И. Введение в математическую статистику. М.: Издательство ЛКИ. 2010
15. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. Москва: Физматлит, 2006 – 816 с.
16. Шень А. Программирование: теоремы и задачи. Издательство МЦМНО, 2014.
17. Алексеев В., Таланов. В. Графы и алгоритмы. М.: Издательство Бином. Лаборатория знаний, 2009.
18. Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах. СПб.: БХВ-Петербург, 2008. – 352 с: ил.

19. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. Учебное пособие для вузов – 2-е изд. (перераб. и доп.) – М.: Наука, 1986. – 384 с.
20. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. Учебное пособие. – 2 изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 368 с
21. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. МЦНМО: 2000. 960 с.
22. Рейзлин В.И. Численные методы оптимизации. Учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. – 105 с.
23. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. Учебное пособие. – 2 изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 368 с