

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя

Кризисной комиссии

М.В. Румянцев
М.В. Румянцев

28 сентября 2017 г.

ПРОГРАММА

**вступительного испытание в магистратуру
в форме собеседования**

Направление 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Магистерская программа 01.04.02.07

«Прикладные вычисления в науке и технике»

(институт космических и информационных технологий)

Красноярск 2017

Содержание программы

Данные положения содержат перечень тем, которые обычно входят в программу бакалавриата по направлениям Математика, Физика или Информатика. Данные требования служат только для грубой оценки навыков и знаний кандидатов, желающих поступить на нашу магистерскую программу. Некоторые теоремы и базовые определения могут отличаться от Вашей бакалаврской программы; подобные различия НЕ ПРЕПЯТСТВУЮТ поступлению на данную программу.

Представленные ниже разделы содержат списки рекомендованной литературы. В конце данного документа содержатся дополнительный список ссылок на учебники по теме. Вы можете пользоваться любым имеющимся учебником, представленный список не является обязательным или исчерпывающим.

1. Основы математики

Основы теории множеств: элементы множества, пустое множество, конечные и бесконечные множества, мощность множества, подмножества (собственные и несобственные), основные операции над множествами (объединение, пересечение, дополнение и разность, диаграммы Венна), декартово произведение множеств.

Функции как отображения множеств: Типы отображений (сюръективные, инъективные, биективные или взаимно-однозначные соответствия), область определения, область значений и образ отображения, тождественное отображение, сумма и произведение отображений (закон ассоциативности), обратное отображение.

Бинарные отношения: определение и свойства отношений (рефлексивность, симметричность, асимметричность, антисимметричность, транзитивность). Отношение эквивалентности (определение и примеры), разбиения.

Основы комбинаторики: Факториал, перестановки, сочетания (с повторениями и без), бином Ньютона.

Системы счисления: множество натуральных чисел, принцип математической индукции, десятичное и двоичное представление.

Множество целых чисел. Деление с остатком. Рациональные числа (алгебраические операции с дробями).

Множество вещественных чисел (иррациональность, трансцендентность, решение линейных и квадратных уравнений).

Множество комплексных чисел (операции с комплексными числами, сопряженные числа, модуль, аргумент, тригонометрическая форма, формула Муавра, корни n -ной степени из комплексного числа).

Элементарные последовательности и ряды: арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия (конечная и бесконечная), сумма членов прогрессии.

Тригонометрия: тригонометрические функции. Соотношение между градусами и радианами, единичная окружность, периодичность тригонометрических функций, тригонометрические тождества

2. Основы теории чисел

Понятие и основные свойства делимости, НОД, НОК, алгоритм Евклида, составные и простые числа, разложение на простые множители, основная теорема арифметики.

Сравнения по модулю, решение сравнений, Китайская теорема об остатках.

Некоторые Диофантовы уравнения: уравнения $ax + by = c$, уравнение $x^2 + y^2 = z^2$.

Литература:

1. Elementary Number Theory By David Burton Sixth edition Tata McGraw-Hill Edition
2. An Introduction to the Theory of Numbers By I. Niven, H.S. Zuckerman and H. L. Montgomery, Fifth edition, Wiley-India
3. Elementary Number Theory with Applications By Thomas Koshy Second edition Elsevier India Pvt Ltd, 2005

3. Линейная алгебра и геометрия

Решение систем линейных уравнений

Элементарные операции, метод Гаусса, однородная система линейных уравнений

Аналитическая геометрия

Декартова система координат (координаты точки, расстояние между точками, площадь треугольника)

Прямые (параллельные и перпендикулярные прямые, угол между двумя пересекающимися прямыми, уравнение прямой (через начало координат, уравнение пучка прямых с центром в точке, прямой проходящей через две точки)).

Окружность (уравнение окружности с заданным радиусом и центром в заданной точке)

Общее уравнение второй степени, преобразования координат (смена начала координат, поворот осей), конические сечения (эллипс, парабола и гипербола), вывод уравнений конических сечений по фокусу и директрисе.

Трёхмерная аналитическая геометрия: Уравнения прямой, плоскости, пересечения двух плоскостей, симметричная форма уравнений, прямая, перпендикулярная плоскости, угол между двумя прямыми, между прямой и плоскостью, проекция прямой на плоскость

Фигуры, эллипсоид, гиперboloид (однополосной и двуполосной). Пересечение поверхности второго порядка и прямой. Конус и прямой цилиндр. Общие уравнения

Вектора в плоскости, декартовы координаты, пространственные вектора и их декартовы координаты, скалярное и векторное произведения.

Матрицы и определители

Матрицы линейных преобразований. Типы матриц (вектор, столбец, прямоугольная, квадратная, диагональная, скаляр, единичная, нулевая, верхняя треугольная матрица,

нижняя треугольная матрица). ранг матрицы. Вырожденные и невырожденные матрицы, основные матричные операции (сложение и вычитание, транспонирование, скалярное умножение, матричное умножение, обращение, сопряжение), применение к решению систем линейных уравнений (метод обратной матрицы). Ступенчатый и приведенный ступенчатый вид матрицы.

Детерминант (определение, порядок, типы, миноры, дополнительные миноры, разложение определителя), применение к решению систем линейных уравнений (метод Крамера), объем и линейные преобразования.

Симметричные матрицы и квадратичные формы: диагонализация симметричных матриц и квадратичных форм.

Векторные пространства

Определение и примеры, подпространства, сумма и прямая сумма подпространств. Линейная оболочка, линейная зависимость, независимость и их свойства. Базис, теорема существования для базисов, размерность векторного пространства для векторов конечной размерности. Размерность суммы подпространств. Существование дополнительного подпространства для пространств векторов конечной размерности. Фактор-пространство и его размерность.

Линейные преобразования

Гомоморфизм векторных пространств, матричное представление линейных преобразований. Теорема о ранге и дефекте. Собственные значения и собственные вектора линейного преобразования пространств векторов конечной размерности. Собственные значения квадратной матрицы. Собственное пространство. Теорема Гамильтона — Кэли. Диагонализация вещественной или комплексной матрицы $n \times n$.

Предгильбертовы пространства, ортогональность. Скалярное произведение, длина и ортогональность, Неравенство Коши — Буняковского, ортогональность векторов, ортогональные проекции, ортогональные дополнения, ортогональные множества, ортогональный базис. ортогонализация Грама — Шмидта.

4. Абстрактная алгебра

Группы: Определение и примеры, основные свойства, подгруппы, циклические группы. Разбиение на классы смежности, теорема Лагранжа для групп и её следствия, теоремы Ферма и Эйлера, групповой гомоморфизм и изоморфизм. Нормальные подгруппы, факторгруппа, основная теорема о гомоморфизме групп. Группы перестановок, четные и нечетные перестановки.

Кольца: Определение и примеры, основные свойства, подкольца, идеалы, факторкольцо. Гомоморфизм и изоморфизм колец, основная теорема о гомоморфизме колец. Область главных идеалов, Евклидово кольцо, факториальное кольцо. Кольца многочленов.

Поля: Кольца с делением и поля, конечные поля.

Литература

1. J.B. Fraleigh : A First Course in Abstract Algebra
2. I.N. Herstein : Topics in Algebra.
3. J Gallian : Abstract algebra
1. David C. Lay, Linear Algebra and its Applications, Pearson.
2. Steven J. Leon, Linear Algebra with Applications 8th Edition, Pearson.

5. Математический Анализ

Предел и непрерывность

Вещественные функции и их виды (область определения и область значений функции, элементарные функции, сложные функции), предел функции и алгебра пределов, непрерывность функции. Бесконечные пределы и предел бесконечности.

Производная функции

Дифференцирование простой функции в стандартном виде, правила дифференцирования, дифференцирование сложной функции, производная высших порядков. Правило Лопиталя.

Интегральное исчисление

Понятие (как операция обратная дифференцированию, математическое обозначение). Неопределенный интеграл (правила интегрирования, таблица интегралов от элементарных функций, простейшие методы интегрирования). Понятие интегрирования (как предел интегральных сумм, свойства, Теорема Ньютона-Лейбница, интегрирование элементарных функций)

Последовательности и ряды

Ограниченные последовательности, Сходящиеся последовательности, Подпоследовательность, монотонные последовательности, последовательность Коши, Теорема Больцано-Вейерштрасса, Теорема Коши о сходимости. Последовательности \mathbb{C} и \mathbb{R} .

Ряды (вещественные и комплексные): Примеры. Ряды с неотрицательными членами, знакопеременные ряды. Сходимость ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Теорема Коши о сходимости ряда, Абсолютная сходимость, Условная сходимость. Признаки сходимости рядов, Правило сходимости Лейбница для знакопеременных рядов.

Ряды и последовательности функций

Примеры последовательностей функций действительной переменной, радиус сходимости последовательностей и рядов функций вещественной и действительной переменной, равномерная сходимость. Условие Коши равномерной сходимости последовательности функций, непрерывность равномерного предела функции. Свойства ограниченности, интегрируемости и дифференцируемости функции.

Ряды Тейлора

Почленное интегрирование и дифференцирование рядов функций из $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Сравнение рядов. Равномерная сходимость бесконечных рядов функций. Условие Коши

равномерной сходимости. Почленное интегрирование и дифференцирование равномерно сходящихся рядов.

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: Дифференцирование функций нескольких переменных: Частные производные, Якобиан, Достаточное условие дифференцируемости функций нескольких переменных, производные высших порядков, Теорема о независимости порядка вычисления смешанных частных производных, Теорема Тейлора. Условие равенства нулю второй производной для нахождения локального максимума (минимума). Теорема о дифференцировании обратной функции, теорема о дифференцировании неявной функции.

References:

1. Goldberg R.R. Methods of Real Analysis
2. Procter & Morrey Analysis
3. Walter Rudin Principles of Mathematical Analysis
4. T. Apostol Mathematical Analysis
5. R. Bartle Elements of Real Analysis
6. Das & Patnayak Principles of Mathematical Analysis
7. Tom Apostol , Calculus Vol. I, Second Edition, Wiley Students Edition , India, 2012

Интеграл Римана

Верхние и нижние интегральные суммы ограниченной на замкнутом интервале функции вещественной переменной. Интегрируемость по Риману. Необходимые и достаточные условия. Монотонные и непрерывные функции. Интегрируемость модулей, сумм, скалярных произведений функций интегрируемых по Риману.

Непрерывность и дифференцируемость интеграла функции по верхнему пределу.

Несобственные интегралы основных типов. Бета и гамма функции и их основные свойства.

Литература:

1. R. Goldberg : Real analysis
2. Bhat R.D. : Mathematical Analysis II
3. R.V. Bartle : Introduction to Real analysis
4. Tom Apostol , Calculus Vol. I , Second Edition, Wiley Students Edition , India, 2012

Векторный анализ

Вектор функции одной переменной. Их предел, непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость. Пространственные кривые в \mathbb{R}^3 . Гладкие и регулярные кривые. Репараметризация кривых.

Поверхности уровня. Скалярные и векторные поля. Векторный дифференциальный оператор. Градиент векторного поля и его свойства. Производная по направлению. Ротор и дивергенция векторного поля. Свойства ротора и дивергенции. Физическое значение градиента, ротора и дивергенции векторного поля. Оператор Лапласа.

Сферические и цилиндрические координаты. Криволинейные интегралы и их свойства. Физический смысл криволинейных интегралов. Проблемы криволинейных интегралов. Теорема Грина и ее приложения. Поверхностные интегралы. Формула Стокса и ее приложения.

References:

1. Murray and Spiegel: Theory and Problems of Vector Analysis, SI (metric) edition, Schaum's Outline Series.
2. Gosh and Maity; Vector Analysis, New Central book agency (P) LTD.
3. Tom Apostol , Calculus Vol. I & II , Second Edition, Wiley Students Edition , India, 2012

Ортогональные системы функций.

Внутреннее произведение: $(f, g) = \int f(x) g(x) dx$. Норма f . Ортогональные и ортонормированные последовательности функций.

Ряды Фурье

Коэффициенты Фурье, свойства коэффициентов Фурье, ряды Фурье для порождающей функции ортонормальной системы. Тригонометрические ряды Фурье, Ряды Фурье и равномерных функций.

Литература:

1. Golberg R.R. Methods of Real Analysis
2. R . Bartle Elements of Real Analysis
- 3 T. Apostol Mathematical Analysis
5. G.S.Sharma Engineering Mathematics
6. D. Somasundaram A first course in mathematical analysis
7. Tom Apostol , Calculus Vol. I , Second Edition, Wiley Students Edition , India, 2012

6. Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения первого порядка: однородные, неоднородные, общий интеграл, линейные дифференциальные уравнения. Уравнения сводимые к линейным. Приложения. Моделирование с помощью дифференциальных уравнений.

Существование и единственность неоднородного дифференциального уравнения $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$ совместно начальными условиями $y(x_0) = y_0$; $y'(x_0) = y_1$. Главное решение однородного дифференциального уравнения. Характеристическое решение однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами порядка два и вычисление линейно-независимых решений. Вронскиан. Метод неопределенных коэффициентов, метод вариации постоянных.

Численное решение некоторых дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Метод Рядов Тейлора.

References

- 1) Ordinary Differential Equations-G.F.Simmons (Tata McGraw Hill).
- 2) Advanced Engineering Maths- Kreyszig (wiley Eastern)
- 3) Differential Equation and Application –M.Braun (Narosa)
- 4) Ordinary Differential Equations – E.A.Coddington
- 5) Ordinary Differential Equations- Deo, Lakshmikantam & Raghvendra.
- 6) Numerical methods by Jain & Krishnamurthy.
- 7) Tom Apostol , Calculus Vol. II , Second Edition, Wiley Students Edition , India, 2012

7. Комплексный анализ

Аналитические функции

Функции комплексного переменного на комплексной плоскости, Пределы, непрерывность функции комплексного переменного на комплексной плоскости, дифференцируемые и аналитические функции, Правила дифференцирования, Условие Коши-Римана, Необходимое условие дифференцируемости, Гармонические функции.

Элементарные функции комплексной переменной

Экспоненциальная функция комплексной переменной, Логорифмические, тригонометрические и гиперболические функции комплексной переменной.

Интегралы по контуру

Виды контуров и интегралы, замкнутые области, Интегральная формула Коши, Высшие производные аналитических функций, Теорема Лиувилля, Основная теорема Алгебры, Принцип максимальных модулей. Ряды: Сходимость ряда, Ряды Тейлора, Ряды Лорана.

Теория вычетов

Сингулярности функции, Вычеты в точке сингулярности и методы их вычисления, Теорема о вычетах.

References:

1. J.W.Brown and R.V.Churchil : Complex Variables and Applications Sixth Edition, McGraw-Hill International Editions, 1996.
2. Schaum's Series: Complex Analysis.
3. J.B. Conway; Functions of a Complex Variable.
4. Tom Apostol , Calculus Vol. I , Second Edition, Wiley Students Edition , India, 2012

8. Теория вероятностей и математическая статистика

Вероятность и Случайные эксперименты. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность n событий. Формула Байеса и её применение.

Случайные величины (Дискретные и Непрерывные), функции распределения-плотности вероятностей, математическое ожидание, функции от случайных величин. Совместное распределение. Маргинальное распределение. Математическое ожидание и производящая функция моментов. Характеристическая функция.

Биномиальное распределение и распределение Пуассона. Нормальное распределение и его свойства. Утверждение Центральной Предельной Теоремы.

Семплирование и проверка гипотез. Z-тест и t-критерий Стьюдента. Значимость среднего по выборке, разница между средними двух выборок, дисперсия. Распределение хи-квадрат. Применение распределения хи-квадрат. Критерий согласия. Таблица сопряженности.

Литература

1. William W. Hines and Douglas C. Montgomery, Probability and Statistics in Engineering and

- Management Science, Wiley India Pvt. Ltd.
2. P.S.Mann, Introductory Statistics, Wiley Student edition
3. Tom Apostol , Calculus Vol. II , Second Edition, Wiley Students Edition , India, 2012.
[Chapters 13 & 14]
4. Hogg and Craig: Mathematical Statistics

9. Численные методы

Анализ погрешностей: Числа: точные и приближительные. Значащие цифры. Погрешность: абсолютная и относительная. Принципы вычислений с плавающей точкой и ошибки округления.

Интерполяция и экстраполяция: Прямая и обратная интерполяционные формулы Ньютона. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

Численное дифференцирование и интегрирование: Формулы численного дифференцирования на равномерной сетке. Общая квадратурная формула на равномерной сетке (формула Ньютона-Котеса, метод Гаусса). Метод трапеций и его геометрический смысл. Формула Симпсона.

Численное решение уравнений: Метод бисекции, Метод Ньютона-Рафсона и их вычислительная схема. Применение метода Ньютона-Рафсона для нахождения корня степени q из положительного действительного числа и нахождения числа обратного положительному действительному числу без деления.

Литература:

1. Introduction to Numerical Analysis : F.V.Hilderband
2. Introduction to Numerical Analysis . Atkinson
3. Numerical methods: Problems & Solutions . M. K. Jain, Iyengare Jain (Wiley)
- 4 Calculus of Finite differences & Numerical Analysis :
Gupta & Malik, Krishna Mandre, Prakashan Meerud
5. Introduction to Numerical Analysis : S.A.Mollah, New Central Book Agency Pvt. Ltd.
6. Tom Apostol , Calculus Vol. II , Second Edition, Wiley Students Edition , India, 2012.

Список литературы (выбираете любую доступную в вашей библиотеке)

- Cohn P.M. Classic algebra (Wiley, 2000)(ISBN 047187731X)
Durbin J.R. Modern algebra.. An introduction (6ed., Wiley, 2008)(ISBN 0470384433)
Herstein I.N. Abstract algebra (3ed., Wiley, 1995)(ISBN 0471368792)
Herstein I.N. Topics in algebra (2ed., Wiley, 1975)(ISBN 0471010901)
Lang S. Undergraduate Algebra (Springer, 2005)(ISBN 0387220259)
Moh T.T. Algebra (SOUM05, WS, 1992)(ISBN 9810211953)
Norman C.W. Undergraduate algebra.. A first course (OUP, 1986)(ISBN 0198532490)
Papantonopoulou A. Algebra. Pure and applied (PH, 2002)(ISBN 0130882542)
Reid M. Undergraduate Commutative Algebra (CUP, 1995)
Vinberg E.B. A course in algebra (AMS, 2003)(ISBN 0821833189)
Whitesitt J.E. Principles of modern algebra (2ed., AW, 1973)(ISBN 0201087065)
Knapp A. Advanced Algebra (Birkhauser, 2007)(ISBN 0817645225)
Knapp A. Basic algebra (Birkhauser, 2006)(ISBN 0817632484)

Robinson D.J.S. An introduction to abstract algebra (de Gruyter, 2003)(ISBN 3110175444)
Smith J.D.H. Introduction to abstract algebra (CRC, 2008)(ISBN 1420063715)

Apostol T.M. Calculus and linear algebra. Vol. 1 (2ed., Wiley, 1967)

Apostol T.M. Calculus and linear algebra. Vol. 2 (Wiley, 1969)(T)(ISBN 0471000078)(696s)

Apostol T.M. Calculus, Vol.1 One-variable calculus with linear algebra (2ed., Wiley, 1967)(ISBN 047100006X)

Apostol T.M. Calculus, Vol.2 Multi-variable calculus and linear algebra (2ed., Wiley, 1969)(ISBN 0471000078)

Apostol T.M. Mathematical analysis (2ed., AW, 1974)(ISBN 0201002884)

Lang S. A first course in calculus (5ed., Springer, 1986)(ISBN 0387962018)

Marsden J., Weinstein A. Calculus 1 (Springer, 1985)

Marsden J., Weinstein A. Calculus 2 (Springer, 1984)

Marsden J., Weinstein A. Calculus 3 (Springer, 1984)

Stewart J. Calculus (7ed., Brooks, 2011)(ISBN 0538497815)

Stewart J. Multivariable calculus (7ed., Brooks, 2012)(ISBN 9780538497879)

Stewart J. Single variable calculus (7ed., Brooks, 2011)(ISBN 0538497831)

Руководитель магистерской программы

С.П. Царев,
проф., д-р техн. наук